センター模擬試験

夏講　数学　ＩＡ

解説と解答

数学Ⅰ・数学A

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア$\sqrt{イ}$	$2\sqrt{5}$	1	
	ウ	2	1	
	エオ	16	2	
	カキク $\leqq x \leqq$ ケコ	$-12 \leqq x \leqq 20$	3	
	サシ	17	3	
	ス	5	1	
	セ	6	2	
	ソ	2	2	
	タ	0	2	
	チ.ツ	0.8	3	
	第1問 自己採点小計		(20)	
第2問	アa	$2a$	2	
	イウa^2＋エa－オ	$-3a^2+4a-1$	2	
	$\frac{カ}{キ}$	$\frac{2}{3}$	3	
	クケ，コ	-4，0	2	
	$\frac{サ}{シ}$，ス	$\frac{1}{3}$，1	3	
	セ	2	2	
	ソ	1	2	
	タ	2	4	
	第2問 自己採点小計		(20)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第3問	アイウ°	135°	2	
	$\frac{\sqrt{エ}}{オ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	2	
	$\frac{\sqrt{カキ}}{ク}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	2	
	ケコ°	45°	2	
	サ	3	3	
	$\frac{シ}{ス}$	$\frac{3}{2}$	3	
	セソ°	90°	2	
	$\frac{タ}{チ}$	$\frac{5}{4}$	4	
	第3問 自己採点小計		(20)	
第4問	アイ	36	2	
	ウ	6	2	
	エ	3	2	
	オ	8	3	
	$\frac{カ}{キク}$	$\frac{1}{36}$	3	
	$\frac{ケコ}{サシ}$	$\frac{11}{36}$	4	
	$\frac{ス}{セソ}$	$\frac{5}{48}$	4	
	第4問 自己採点小計		(20)	
第5問	$(x-ア)(y-イ)$	$(x-6)(y-2)$	2	
	ウエオ	672	2	
	(カ，キ，ク)	(5，1，1)	2	
	ケコ	24	3	
	サ	7 ※	2	
	シ	9 ※	2	
	スセ	16	3	
	ソ	5	4	
	第5問 自己採点小計		(20)	

※の正解は順序を問わない．

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第6問	ア	1	2	
	$\sqrt{\text{イウ}}$	$\sqrt{15}$	3	
	エ$\sqrt{\text{オカ}}$	$2\sqrt{15}$	3	
	$\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\frac{2}{3}$	3	
	$\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$\frac{3}{2}$	3	
	$\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$	$\frac{5}{2}$	3	
	$\frac{\text{スセ}\sqrt{\text{ソタ}}}{\text{チツ}}$	$\frac{24\sqrt{15}}{35}$	3	
第6問　自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	

第１問　数と式，データの分析

〔１〕 $a=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とおく．

(1)　$a+b=$ $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，　$ab=$ $\boxed{\text{ウ}}$

であり

$a^2+b^2=$ $\boxed{\text{エオ}}$

である．

(2)　n を自然数とし，実数 x に関する条件 p，q を次のように定める．

$p:|x-2ab|\leqq a^2+b^2$

$q:x^2-4\sqrt{3}x+12-n^2\leqq 0$

p は条件

$\boxed{\text{カキク}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ケコ}}$

と同値である．

q が p であるための必要条件であるような自然数 n のうち最小のものは $\boxed{\text{サシ}}$ である．

〔２〕 10 人の生徒のテストの得点を調べると次の表のようになった．ただし，テストの得点は整数値である．

生徒番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得点(点)	1	2	3	4	5	6	6	6	8	9

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること．

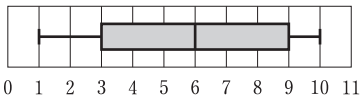
得点のデータの平均値は $\boxed{\text{ス}}$ 点であり，最頻値は $\boxed{\text{セ}}$ 点である．

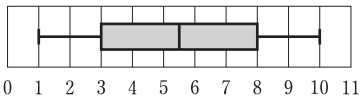
テストの採点を見直したところ，得点が 6 点である 3 人の生徒の採点に間違いがあり，修正後 3 人の得点はそれぞれ増加した．さらに得点が 10 点の生徒は 1 人だけであった．また，得点に関する下の四つの箱ひげ図には修正前のものと修正後のものが含まれる．

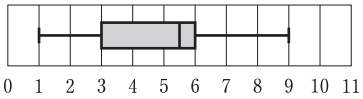
修正前の箱ひげ図は $\boxed{\text{ソ}}$，修正後の箱ひげ図は $\boxed{\text{タ}}$

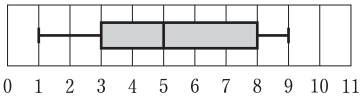
である．

$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちからそれぞれ一つずつ選べ．

⓪


①


②


③


修正後の得点のデータの平均値は修正前のものに比べて $\boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツ}}$ 点増加する．

【解説】

〔1〕

(1)

$$a=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$
$$=\sqrt{5}+\sqrt{3},$$
$$b=\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}$$
$$=\sqrt{5}-\sqrt{3}$$

であるから，

$$a+b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$
$$=\boxed{2}\sqrt{\boxed{5}},$$
$$ab=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$
$$=\boxed{2}$$

である．

これより，

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$
$$=(2\sqrt{5})^2-2\cdot 2$$
$$=\boxed{16}$$

である．

☜ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ より，
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab.$

(2) $|x-2ab|\leqq a^2+b^2$ は(1)の結果より，

$$|x-4|\leqq 16$$

となる．

$|x-4|\leqq 16$ を解くと，

$$-16\leqq x-4\leqq 16$$
$$-12\leqq x\leqq 20$$

となるから，条件 p は，

$$\boxed{-12}\leqq x\leqq\boxed{20}$$

と同値である．

☜ A を正の定数とする．
X の不等式
$$|X|\leqq A$$
の解は，
$$-A\leqq X\leqq A.$$

$x^2-4\sqrt{3}x+12-n^2 \leqq 0$（$n$ は自然数）は，

$$\{x-(2\sqrt{3}-n)\}\{x-(2\sqrt{3}+n)\} \leqq 0$$

となるから，条件 q は，

$$2\sqrt{3}-n \leqq x \leqq 2\sqrt{3}+n$$

となる．

☜ $x^2-4\sqrt{3}x+(12-n^2)$
$=x^2-4\sqrt{3}x+(2\sqrt{3}-n)(2\sqrt{3}+n)$
$=\{x-(2\sqrt{3}-n)\}\{x-(2\sqrt{3}+n)\}$.

q が p であるための必要条件となるのは，

$$「p \Longrightarrow q」が真 \qquad \cdots(*)$$

であるときである．

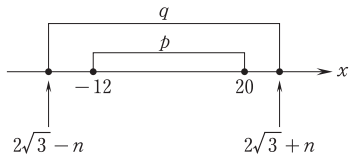
☜ 2 つの条件 s，t において，
命題「$s \Longrightarrow t$」
が真のとき，s は t であるための十分条件であり，t は s であるための必要条件である．

$$p: -12 \leqq x \leqq 20, \quad q: 2\sqrt{3}-n \leqq x \leqq 2\sqrt{3}+n$$

であるから，(*) となるのは，

$$2\sqrt{3}-n \leqq -12 \quad かつ \quad 20 \leqq 2\sqrt{3}+n$$

☜



すなわち

$$2\sqrt{3}+12 \leqq n \quad かつ \quad 20-2\sqrt{3} \leqq n$$

のときである．

さらに，$3<2\sqrt{3}<4$ より，

$$2\sqrt{3}+12<16<20-2\sqrt{3}<17$$

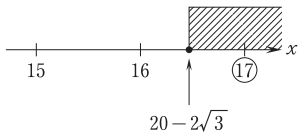
であるから，(*) となるのは，

$$20-2\sqrt{3} \leqq n$$

のときであり，これを満たす最小の自然数 n は，

$$17$$

☜



である．

したがって，q が p であるための必要条件であるような自然数 n のうち最小のものは，

$$\boxed{17}$$

である．

〔2〕

得点のデータの平均値は，

$$\frac{1+2+3+4+5+6+6+6+8+9}{10}=\boxed{5}\,(点)$$

☜

平均値

変量 x についてのデータが，n 個の値 x_1，x_2，…，x_n からなるとき，x の平均値 $\overline{x}$ は，

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}.$$

であり，最頻値は，

$$\boxed{6}\,点$$

☜ データにおいて，最も個数の多い値をそのデータの最頻値(モード)という．

である．

修正前の得点のデータは，最小値 1，最大値 9 であり，データの大きさは 10（偶数）である．さらに，

（第 1 四分位数）＝（5 つの値 1，2，3，4，5 の中央値）＝3，

（中央値）$=\dfrac{5+6}{2}=5.5$，

（第 3 四分位数）＝（5 つの値 6，6，6，8，9 の中央値）＝6

である．

☜

中央値

データを値の大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値という．データの大きさが偶数のときは，中央に並ぶ 2 つの値の平均値を中央値とする．

よって，修正前の得点のデータの箱ひげ図は②であり，$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

修正後の得点のデータは，最小値は 1，最大値は 10 以上であるから，箱ひげ図は⓪か①である．

修正前の得点が 6 点である 3 人の生徒の修正後の得点のデータを大きさの順に a，b，c $(6<a\leqq b\leqq c)$ とする．

修正後の上位のデータの最小値は a または 8 であるから，中央値は，

$$\frac{5+a}{2} \quad \text{または} \quad \frac{5+8}{2}=6.5$$

である．

$a>6$ より，$\dfrac{5+a}{2}>\dfrac{5+6}{2}=5.5$ であり，中央値は修正前のものよりも修正後のものの方が大きくなる．

よって，修正後の得点のデータの箱ひげ図は⓪であり，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⓪}$ である．

箱ひげ図⓪より修正後の得点のデータの中央値は 6 であるから，

$$\frac{5+a}{2}=6$$
$$a=7$$

である．

また，修正後に得点が 10 点の生徒が 1 人だけ存在するから，$c=10$ である．

さらに，箱ひげ図⓪より修正後の得点のデータの第 3 四分位数は 9 であるから，$b=9$ である．

したがって，修正後の得点のデータの和は修正前のものに比べて，

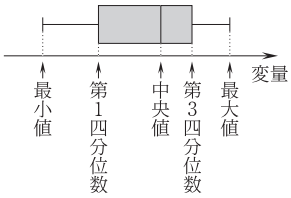
$$(a+b+c)-(6+6+6)=26-18$$
$$=8\ (\text{点})$$

増加するから，平均値は，

$$\frac{8}{10}=\boxed{0}.\boxed{8}\ (\text{点})$$

増加する．

☜ 下図のように，最小値，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数，最大値を箱と線（ひげ）を用いて 1 つの図に表したものを箱ひげ図という．



☜ 下位のデータ
$\{1, 2, 3, 4, 5\}$，
上位のデータ
$\{a, b, c, 8, 9\}$．

☜ $\dfrac{5+8}{2}=6.5$ の方は不適．

☜ $a=7$，$c=10$ のとき $7\leqq b\leqq 10$ である．

このとき，$b=7$，8 とすると第 3 四分位数は 8 となり，$b=10$ とすると 10 点の生徒が 1 人だけであることに反する．

第 2 問　2 次関数

a を実数とし，x の 2 次関数

$$y=x^2-4ax+a^2+4a-1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする．G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}a,\ \boxed{\text{イウ}}a^2+\boxed{\text{エ}}a-\boxed{\text{オ}}\right)$$

である．

G の頂点の y 座標が最大になるのは

$$a=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

のときである．

(1)　G が $(0,\ -1)$ を通るのは

$$a=\boxed{\text{クケ}},\ \boxed{\text{コ}}$$

のときである．

また，G が x 軸と接するのは

$$a=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}}$$

のときである．

$a=\boxed{\text{コ}}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{\text{セ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ソ}}$ だけ平行移動すると，

$a=\boxed{\text{ス}}$ のときの G に一致する．

(2)　$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\leqq a\leqq\boxed{\text{ス}}$ とし，$0\leqq x\leqq 2$ における関数 ① の最大値を M，最小値を m とすると，

$M+m$ が整数になる a の値は全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個ある．

【解説】

$$f(x)=x^2-4ax+a^2+4a-1$$

とすると，

☜　$f(x)$ は ① の右辺．

$$f(x)=(x-2a)^2-3a^2+4a-1$$

であるから，$G:y=f(x)$ の頂点の座標は，

$$\left(\boxed{2}a,\ \boxed{-3}a^2+\boxed{4}a-\boxed{1}\right)$$

である．

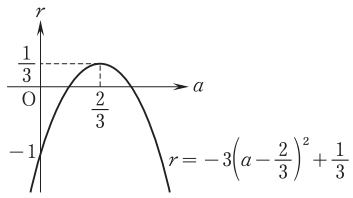
☜　放物線 $y=p(x-q)^2+r$ の頂点の座標は，

$$(q,\ r).$$

G の頂点の y 座標を r とすると，

$$r=-3a^2+4a-1$$
$$=-3\left(a-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$$

☜



であるから，r が最大となるのは，

$$a=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$

のときである．

(1) G が $(0,\ -1)$ を通るのは，

$$f(0)=-1$$
$$a^2+4a-1=-1$$
$$a(a+4)=0$$

より，

$$a=\boxed{-4},\ \boxed{0}$$

のときである．

また，G が x 軸と接するのは，

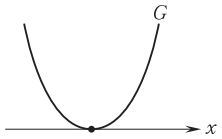
$$r=0$$
$$-3a^2+4a-1=0$$
$$(3a-1)(a-1)=0$$

より，

$$a=\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}},\ \boxed{1}$$

のときである．

☜



（頂点の y 座標）$=0$.

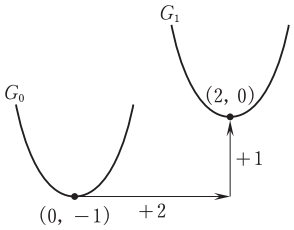
$a=0$，$a=1$ のときの G をそれぞれ G_0，G_1 とすると，

G_0 の頂点の座標は $(0,\ -1)$，

G_1 の頂点の座標は $(2,\ 0)$

であるから，G_0 を x 軸方向に $\boxed{2}$，y 軸方向に $\boxed{1}$ だけ平行移動すると，G_1 に一致する．

☜

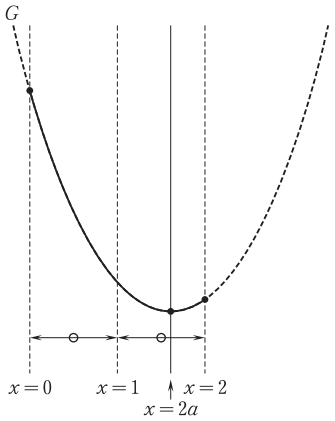


(2) G の軸の方程式は $x=2a$ であり，$\frac{2}{3}\leqq a\leqq 1$ のとき，

$$\frac{4}{3}\leqq 2a\leqq 2$$

である．

☜ $\frac{4}{3}\leqq 2a\leqq 2$ のとき，G の軸（$x=2a$）は，定義域の中央（$x=1$）と定義域の右端（$x=2$）の間に存在している．



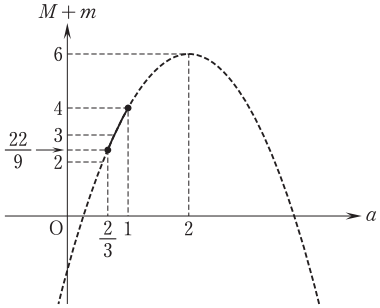
よって，

$$M=f(0)=a^2+4a-1,$$
$$m=f(2a)=-3a^2+4a-1$$

である．

したがって，$\dfrac{2}{3}\leqq a\leqq 1$ において，

$$M+m=-2a^2+8a-2$$
$$=-2(a-2)^2+6.$$



ゆえに，グラフより，$M+m$ が整数になる a の値は全部で $\boxed{\ 2\ }$ 個ある．

☜ $M+m=3$ となるのは，

$$a=2-\sqrt{\frac{3}{2}}$$

のとき．

$M+m=4$ となるのは，

$$a=1$$

のとき．

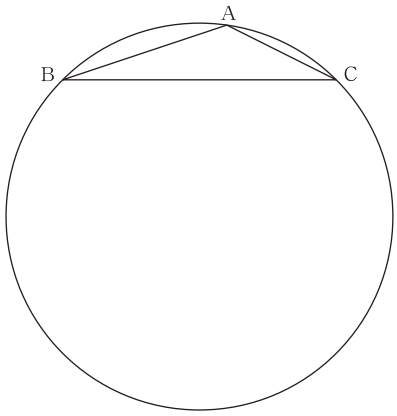
第 3 問　図形と計量

△ABC は，AB＝$\sqrt{2}$，BC＝$\sqrt{5}$，CA＝1 を満たすとする．このとき

$$\angle \mathrm{BAC} = \boxed{\text{アイウ}}^\circ, \quad \sin\angle \mathrm{BAC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，△ABC の外接円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

参考図



円 O の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を AB＝BD となるようにとる．このとき

$$\angle \mathrm{BDC} = \boxed{\text{ケコ}}^\circ, \quad \mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}}$$

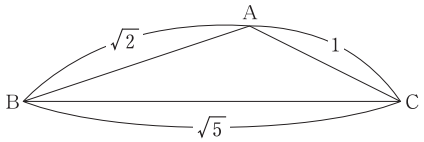
であり，△CBD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である．

さらに，円 O の点 A，B を含まない弧 CD 上に点 E を ∠BCE＝45° となるようにとると

$$\angle \mathrm{CBE} = \boxed{\text{セソ}}^\circ$$

であり，線分 BE と線分 CD の交点を F とすると，△CBF の面積は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である．

【解説】

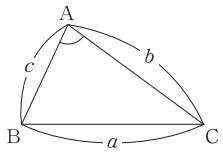


△ABC に余弦定理を用いると，

$$\cos\angle \mathrm{BAC} = \frac{\mathrm{CA}^2 + \mathrm{AB}^2 - \mathrm{BC}^2}{2\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}}$$

$$= \frac{1^2 + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2}{2\cdot 1\cdot\sqrt{2}}$$

余弦定理



☞1　$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$.

$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

であるから，

$$\angle \mathrm{BAC} = \boxed{135}^\circ$$

であり，

$$\sin\angle \mathrm{BAC} = \sin 135^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{2}}$$

である．

△ABC の外接円 O の半径を R として △ABC に正弦定理を用いると，

$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin\angle \mathrm{BAC}} = 2R$$

より，

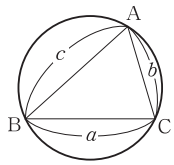
$$\frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R$$

であるから，

$$R = \frac{\sqrt{\boxed{10}}}{\boxed{2}}$$

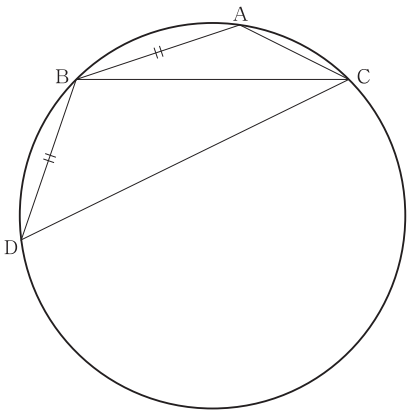
である．

☜ **正弦定理**



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

（R は △ABC の外接円の半径）



四角形 ABDC は円に内接するから，

$$\angle \mathrm{BAC} + \angle \mathrm{BDC} = 180^\circ$$

であり，

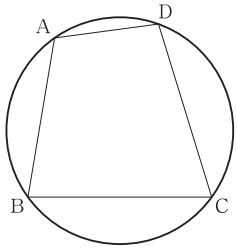
$$\angle \mathrm{BDC} = 180^\circ - 135^\circ$$
$$= \boxed{45}^\circ$$

である．

△CBD に余弦定理を用いると，

$$\mathrm{BC}^2 = \mathrm{BD}^2 + \mathrm{CD}^2 - 2\mathrm{BD}\cdot\mathrm{CD}\cos\angle \mathrm{BDC}$$

☜ 四角形 ABCD が円に内接するとき，
$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{C} = \angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{D} = 180^\circ$.



であり，CD$=t$ とすると，

$$(\sqrt{5})^2=(\sqrt{2})^2+t^2-2\cdot\sqrt{2}\cdot t\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

☜ BD$=$AB$=\sqrt{2}$.

$$t^2-2t-3=0$$

$$(t+1)(t-3)=0.$$

$t>0$ より，

$$t=3$$

すなわち

$$\mathrm{CD}=\boxed{3}$$

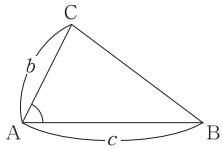
であり，△CBD の面積は，

$$\frac{1}{2}\mathrm{BD}\cdot\mathrm{CD}\sin\angle\mathrm{BDC}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

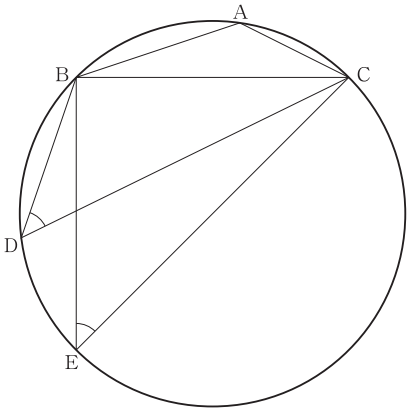
$$=\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}$$

である．

☜ **三角形の面積**



（△ABC の面積）$=\frac{1}{2}bc\sin A$.



さらに，円周角の定理より，

$$\angle\mathrm{BEC}=\angle\mathrm{BDC}$$

$$=45^\circ$$

であり，条件より，$\angle\mathrm{BCE}=45^\circ$ であるから，△BEC は直角二等辺三角形である．

よって，

$$\angle\mathrm{CBE}=\boxed{90}^\circ,$$

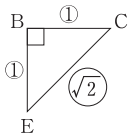
$$\mathrm{CE}=\sqrt{2}\,\mathrm{BC}$$

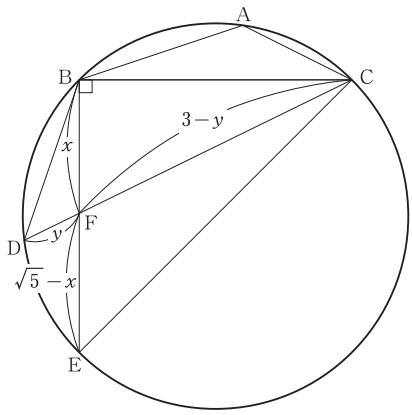
$$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}$$

$$=\sqrt{10}$$

である．

☜





ここで，$\mathrm{BF}=x$，$\mathrm{DF}=y$ とおくと，

$$\begin{aligned}\mathrm{EF}&=\mathrm{BE}-\mathrm{BF}\\&=\sqrt{5}-x,\\\mathrm{CF}&=\mathrm{CD}-\mathrm{DF}\\&=3-y.\end{aligned}$$

☞ $\mathrm{BE}=\mathrm{BC}=\sqrt{5}$.

$\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{BEC}$，$\angle\mathrm{BFD}=\angle\mathrm{CFE}$ であるから $\triangle\mathrm{FBD}$ と $\triangle\mathrm{FCE}$ は相似であり，

$$\begin{cases}\mathrm{BF}:\mathrm{BD}=\mathrm{CF}:\mathrm{CE},\\\mathrm{FD}:\mathrm{BD}=\mathrm{FE}:\mathrm{CE}\end{cases}$$

であるから，

$$\begin{cases}x:\sqrt{2}=(3-y):\sqrt{10},\\y:\sqrt{2}=(\sqrt{5}-x):\sqrt{10}\end{cases}$$

である．よって，

$$\begin{cases}\sqrt{10}x=\sqrt{2}(3-y),\\\sqrt{10}y=\sqrt{2}(\sqrt{5}-x)\end{cases}$$

であるから，

$$x=\frac{\sqrt{5}}{2},\quad y=\frac{1}{2}$$

であり，

$$\mathrm{BF}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

である．

☞ 次のように考えてもよい．
$\triangle\mathrm{BCD}$ に余弦定理を用いて，

$$\cos\angle\mathrm{BCD}=\frac{(\sqrt{5})^2+3^2-(\sqrt{2})^2}{2\cdot\sqrt{5}\cdot3}=\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

よって，

$$\tan\angle\mathrm{BCD}=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\angle\mathrm{BCD}}-1}=\frac{1}{2}.$$

したがって，

$$\begin{aligned}\mathrm{BF}&=\mathrm{BC}\tan\angle\mathrm{BCF}\\&=\mathrm{BC}\tan\angle\mathrm{BCD}\\&=\sqrt{5}\cdot\frac{1}{2}\\&=\frac{\sqrt{5}}{2}.\end{aligned}$$

よって，$\triangle\mathrm{CBF}$ の面積は，

$$\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{BF}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\boxed{5}}{\boxed{4}}$$

☞ $\angle\mathrm{CBF}=90^\circ$.

である．

第 4 問　場合の数と確率

(1)　大小 2 個のサイコロを振る．目の出方は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りあり，そのうち 2 個のサイコロの目が一致するような目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りである．

2 個のサイコロの目の数の積を X とする．$X=4$ となる目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りであり，$\sqrt{X}$ が整数となる目の出方は $\boxed{\text{オ}}$ 通りである．

(2)　大小 2 個の赤色のサイコロと大小 2 個の青色のサイコロがある．この合計 4 個のサイコロを同時に振る．4 個のサイコロのすべての目の出方を全事象とし，2 個の赤色のサイコロの目が一致する事象を R，2 個の青色のサイコロの目が一致する事象を B とする．

このとき，事象 $R\cap B$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ であり，事象 $R\cup B$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である．

さらに，4 個のサイコロの目の数の積を Y とし，$\sqrt{Y}$ が整数となる事象を S とする．事象 $R\cap S$ が起こるという条件のもとで，$Y=16$ となる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である．

【解説】

(1)　大小 2 個のサイコロの目の数がそれぞれ p，q であることを $(p,\ q)$ と表すことにする．

大小 2 個のサイコロを振るとき，目の出方は全部で，

$$6\times 6=\boxed{36}\ (\text{通り})$$

あり，そのうち 2 個のサイコロの目が一致するような目の出方は，

$$\boxed{6}\ \text{通り}$$

☜ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6).

である．

$X=4$ となるのは，大小 2 個のサイコロの目の数が，

$$(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1)$$

のときであるから，目の出方は，

$$\boxed{3}\ \text{通り}$$

である．

また $\sqrt{X}$ が整数となるのは，

$$X=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$$

となるときである．

$X=1$ となるのは，大小 2 個のサイコロの目の数が，

$$(1,\ 1)$$

となるときであるから，目の出方は，

$$1\ \text{通り}$$

であり，同様に $X=9,\ 16,\ 25,\ 36$ となるときも，目の出方はそれぞれ

☜ (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6).

$$1\text{ 通り}$$

ずつである．

よって，$\sqrt{X}$ が整数となる目の出方は，

$$1+3+1+1+1+1=\boxed{8}\ (\text{通り})$$

である．

(2) 4 個のサイコロの目の出方は全部で，

$$6^4\text{ 通り}$$

ある．

2 個の赤色のサイコロの目が一致するときの 2 個の赤色のサイコロの目の出方は，

$$6\text{ 通り}$$

であり，2 個の青色のサイコロの目が一致するときの 2 個の青色のサイコロの目の出方は，

$$6\text{ 通り}$$

であるから，事象 $R\cap B$ が起こる確率 $P(R\cap B)$ は，

$$P(R\cap B)=\frac{6\times 6}{6^4}$$

$$=\frac{\boxed{1}}{\boxed{36}}$$

である．

また，事象 R，B が起こる確率をそれぞれ $P(R)$，$P(B)$ とすると，

$$P(R)=\frac{6\times 6^2}{6^4}$$

$$=\frac{1}{6}$$

☜ 2 個の赤色のサイコロの目の出方が 6 通りであり，2 個の青色のサイコロの目の出方が 6^2 通りである．

であり，同様に，

$$P(B)=\frac{1}{6}$$

である．

よって，事象 $R\cup B$ が起こる確率 $P(R\cup B)$ は，

$$P(R\cup B)=P(R)+P(B)-P(R\cap B)$$

$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{36}$$

$$=\frac{\boxed{11}}{\boxed{36}}$$

☜ 2 つの事象 A，B に対して，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$．

である．

事象 $R\cap S$ が起こるときの 4 個のサイコロの目の出方は，

☜ 事象 R のもとで，事象 S が起こるのは，2 個の青色の目の数の積が平方数のときである．

$$6 \times 8 = 48 \text{（通り）}$$

であり，事象 $R \cap S$ が起こるとき，4 個のサイコロの目の数の組をまとめると次の表のようになる．

☜ 2 個の赤色のサイコロの目の出方が 6 通り，2 個の青色のサイコロの目の出方が 8 通りである．

$Y = 16$ となるのは，表の「○」の場合である．

青＼赤	(1, 1)	(2, 2)	(3, 3)	(4, 4)	(5, 5)	(6, 6)
(1, 1)				○		
(1, 4)		○				
(4, 1)		○				
(2, 2)		○				
(3, 3)						
(4, 4)	○					
(5, 5)						
(6, 6)						

☜ ・赤色のサイコロの目の数が (1, 1) のとき，青色のサイコロの目の出方は，
(4, 4) の 1 通り．
・赤色のサイコロの目の数が (2, 2) のとき，青色のサイコロの目の出方は，
(1, 4)，(4, 1)，(2, 2) の 3 通り．
・赤色のサイコロの目の数が (4, 4) のとき，青色のサイコロの目の出方は，
(1, 1) の 1 通り．

よって，事象 $R \cap S$ が起こるという条件のもとで，$Y = 16$ となる条件付き確率は，

$$\frac{1+3+1}{48} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{48}}$$

である．

☜ 事象 A が起こったという条件のもとで事象 B が起こる確率を，事象 A が起こったときに事象 B が起こる条件付き確率といい，$P_A(B)$ と表す．根元事象が同様に確からしいとき，

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}.$$